

## MODELOS NO LINEALES PARA SIMULAR RENDIMIENTO DE MAÍZ FORRAJERO EN LA COMARCA LAGUNERA

**Jesury Avidan Vargas Patiño<sup>1</sup>; Arturo Reyes González<sup>2</sup>; Cruz Octavio Robles Rovelo<sup>3</sup>; Miguel Servin Palestina<sup>4\*</sup>**

<sup>1</sup>Unidad Académica de Agricultura. Universidad Autónoma de Nayarit. Km. 9 Carretera Tepic Compostela. Xalisco, Nayarit, México.

<sup>2</sup>INIFAP-Campo Experimental La Laguna. Blvd. José Santos Valdez no. 1200 pte., colonia Centro. 27440 Matamoros, Coahuila, México;

<sup>3</sup>Universidad Autónoma de Zacatecas, Unidad Académica de Ciencia y Tecnología de la Luz y la Materia, Circuito Marie Curie S/N, Parque de Ciencia y Tecnología QUANTUM Ciudad del Conocimiento, 98160 Zacatecas, Zacatecas, México;

<sup>4</sup>Campo experimental Zacatecas INIFAP, Ingeniería de riego, kilómetro 24.5, Zacatecas - Fresnillo, 98500 Zacatecas, México.

miguel.servin@hotmail.com (\*Autor de correspondencia)

### Resumen

Los cultivos forrajeros desempeñan un papel crucial en la sostenibilidad agrícola al proporcionar beneficios tanto para la alimentación del ganado como para la mejora del suelo. Los modelos de regresión no lineal son fundamentales para la investigación agrícola y la toma de decisiones ya que son representaciones matemáticas del crecimiento de las plantas. El objetivo del presente trabajo fue desarrollar y evaluar modelos matemáticos que permitan estimar la biomasa seca de maíz forrajero (Bio) a partir de altura (Alt) e índice de área foliar (IAF). El modelo Gaussiano es capaz de predecir la biomasa estimada en función de los grados días de desarrollo con valores globales de 1.235 y 0.99 RMSE y R<sup>2</sup> respectivamente. Sin embargo, se debe calibrar este parámetro para cada condición de crecimiento. El modelo predice una biomasa máxima fue de 35.53 y 27.35 t ha<sup>-1</sup> para el ciclo de primavera y verano respectivamente. Además, el modelo de regresión múltiple permite estimar la biomasa seca de maíz forrajero en función de la altura e índice de área foliar con R<sup>2</sup> > 93% y RMSE < 0.71. Los resultados obtenidos sugieren que el modelo gaussiano es simple, preciso y robusto y junto con el modelo alométrico son una herramienta útil para la estimación de biomasa en maíz forrajero. Además, de ayudar en la toma de decisiones relacionadas con la fertilización, riego y cosecha, al proporcionar información sobre el estado nutricional y el crecimiento de las plantas.

**Palabras claves:** modelo Gaussiano, Modelos alométricos, optimización.

## Introducción

La producción de maíz forrajero en la Comarca Lagunera desempeña un papel fundamental en la economía regional y en la alimentación del ganado bovino lechero. Sin embargo, esta actividad enfrenta desafíos significativos que ponen en riesgo su sostenibilidad. La escasez de agua, un problema crónico en la región, limita la expansión de los cultivos y reduce los rendimientos. La degradación de los suelos, causada por prácticas agrícolas intensivas y el cambio climático, agrava la situación. El aumento de las temperaturas, la disminución de las precipitaciones y eventos climáticos extremos como sequías y heladas afectan directamente la productividad del maíz forrajero. Además, plagas y enfermedades, así como los altos costos de producción y la falta de tecnificación, representan obstáculos adicionales para los productores. A pesar de estos desafíos, el maíz forrajero sigue siendo un cultivo estratégico para la región debido a su capacidad para generar empleos y dinamizar la economía local. Para garantizar la sostenibilidad de esta actividad, es necesario implementar estrategias que permitan hacer un uso más eficiente del agua, conservar los suelos, introducir variedades más resistentes, y promover prácticas agrícolas más sostenibles. Los modelos de regresión no lineal, como Gompertz, Logístico, Brody, Beta y Gaussiano, ofrecen una herramienta poderosa para optimizar la producción de maíz forrajero en la Comarca Lagunera. Estos modelos permiten describir de manera precisa las complejas relaciones entre diferentes variables que influyen en el crecimiento y desarrollo de las plantas, como la temperatura, la humedad del suelo, la fertilización y la densidad de siembra (Gonzaga et al., 2023). Los procesos gaussianos proporcionan un marco flexible para modelar la dinámica no lineal en los biosistemas, incluido el crecimiento de los cultivos. Permiten incorporar conocimientos previos y ofrecen predicciones con las medidas de confianza asociadas (Azman et al., 2007).

En contextos agrícolas, los modelos gaussianos pueden captar eficazmente la relación entre las fluctuaciones de temperatura y el crecimiento de los cultivos, lo que mejora la precisión de las predicciones de crecimiento basadas en la GDD (Király & Jánosi, 2002).

Por otro lado, los modelos alométricos en maíz forrajero son esenciales para comprender la dinámica del crecimiento y optimizar el rendimiento. Estos modelos ayudan a predecir varios parámetros, como el área foliar, la acumulación de forraje y los componentes del rendimiento, que son cruciales para un manejo eficaz de los cultivos. Estos modelos permiten describir de manera precisa las complejas curvas de crecimiento que presentan las plantas, desde su etapa inicial hasta su madurez. Al ajustar estos modelos a datos reales de crecimiento, podemos realizar predicciones sobre el tamaño final de la planta, el tiempo necesario para alcanzar la madurez y otros parámetros clave para la toma de decisiones en la agricultura (Candelaria et al., 2011). Una de las principales aplicaciones

de estos modelos en el cultivo de maíz es la optimización de prácticas agrícolas. Además, estos modelos nos permiten comprender mejor los factores que limitan el crecimiento de las plantas, como las condiciones climáticas o la disponibilidad de nutrientes. Para predecir la biomasa del maíz de manera efectiva, se han evaluado varios modelos de regresión no lineal para determinar su precisión, por ejemplo, los modelos más adecuados incluyen las redes neuronales convolucionales (CNN) (Zhao et al., 2024), la regresión de procesos gaussianos (GPR) (Akbari et al., 2023). y los modelos no lineales tradicionales, como Logistic y Gompertz (Gonzaga et al., 2023). Por el contrario, si bien los modelos de aprendizaje automático como Random Forest y Support Vector Regression resultaron prometedores, no superaron sistemáticamente a los modelos no lineales antes mencionados en cuanto a precisión en la predicción de la biomasa (Brandić et al., 2024; Parida et al., 2024). Además, es posible predecir el ancho y el área de las hojas de maíz utilizando dimensiones y constantes máximas (Sanderson et al, 1981). El objetivo fue desarrollar y evaluar modelos matemáticos que permitan estimar la biomasa de maíz forrajero a partir de variables fácilmente medibles en campo (altura y índice de área foliar), con el fin de optimizar la gestión de cultivos y mejorar la eficiencia en la producción.

## Materiales y métodos

### Descripción del área de estudio

El estudio se realizó en las instalaciones del Campo Experimental La Laguna, ubicado en Matamoros, Coahuila, México, Esta región se localiza entre los 102° 00' y 104° 47' latitud oeste y 24° 22' y 26° 23' latitud norte. Se pueden alcanzar temperaturas máximas de hasta 45 grados, las temperaturas mínimas oscilan de 0 a 8 grados con una temperatura media anual de 24 °C, la precipitación media anual es de 200 mm por año y la humedad relativa varía desde 31% en abril hasta 60% de agosto a octubre. La Comarca Lagunera es una zona que se caracteriza por sus limitados recursos hídricos, por su clima seco muy caluroso en verano y con inviernos fríos. La siembra se realizó en un suelo de textura migajón arcillosa-arenosa, en seco, a una densidad de 200 mil plantas ha<sup>-1</sup> y se establecieron a doble hilera y surcos angostos. Para la aplicación de agua de riego se instaló un sistema de riego con cintilla enterrada a 15 cm de profundidad del suelo con una separación de 76 cm entra cintas y un espaciamiento entre emisores de 20 cm con un gasto por emisor de 1 LPH. La dosis de fertilización que se utilizó fue: 300-100-00 (NPK), esto es 300 unidades de nitrógeno, 100 unidades de fosforo por hectárea.

### Material vegetativo

Para este trabajo se utilizaron datos de Materia seca (Bio; t ha<sup>-1</sup>), altura de la planta (Alt; cm) e índice de área foliar (IAF) de maíz forrajero establecido en dos ciclos 2023. En

primavera el maíz se sembró el 27 de marzo y en verano el maíz se sembró el 24 de julio: El híbrido utilizado fue el 3201 de Pioneer. En primavera la MS se midió a los 23, 37, 52, 66, 80, 94 y 105 días después de siembra (DDS), la Alt y IAF fueron medidas el 16, 23, 30, 37, 45, 52, 59, 66, 73, 80, 87, 94 y 101 DDS. En verano la Bio se midió a los 17, 31, 46, 59, 74, 87 y 102 DDS la Alt y IAF fueron medidos a los 17, 24, 31, 38, 46, 52, 59, 66, 74, 80, 87, 94 y 102 DDS.

### Modelo biomasa

Para predecir la biomasa seca del cultivo se utilizó el modelo Gaussiano, también conocido como distribución normal o curva de campana, es una función matemática que describe la distribución de un conjunto de datos. El crecimiento del cultivo de maíz muestra distintas fases: una fase inicial de crecimiento lento, una fase de crecimiento acelerado (pico) y una fase de madurez donde el crecimiento se estabiliza y la forma de campana de la distribución gaussiana se ajusta muy bien a estos picos de crecimiento. El modelo Gaussiano se describe a continuación.

$$Bio(G) = a e^{\left[-\left(\frac{GDD-b}{c}\right)^2\right]} \quad (1)$$

donde  $Bio(G)$  es la materia seca en  $t\ ha^{-1}$ , GDD es grados días de desarrollo y  $a$ ,  $b$  y  $c$  son parámetros del modelo que describen la amplitud, el centroide (ubicación) y la anchura del pico respectivamente. Los GDD se utilizó el método residual considerando una temperatura base ( $T_b$ ) de  $8^\circ C$ .

### Modelos alometricos

El modelo utilizado para describir la biomasa en función de a la altura de la planta y el índice de área foliar es un modelo de regresión múltiple de la forma:

$$Bio = \beta_0 + \beta_1 Alt + \beta_2 IAF + \beta_3 Alt^2 + \beta_4 (Alt \cdot IAF) \quad (2)$$

Donde  $Bio$  es la biomasa seca en  $t\ ha^{-1}$  y  $\beta_0$  a  $\beta_4$  son parámetros del modelo

### Calibración y evaluación

Para la calibración se planteó como un problema de optimización y se utilizaron los datos de primavera el maíz se sembró el 27 de marzo, Posteriormente se buscaron los parámetros óptimos del modelo Gaussiano. Con el modelo calibrado se obtuvieron los datos faltantes de biomasa ( $n=7$ ) para tener los mismos números de datos que Alt y IAF ( $n = 13$ ).

La calibración del modelo se abordó como un problema de optimización no lineal, empleando un algoritmo de mínimos cuadrados no lineal para minimizar la función de error entre las predicciones del modelo y los datos observados. Los datos utilizados correspondían a un experimento de cultivo de maíz en primavera, iniciando la siembra el 27 de marzo. Los parámetros óptimos del modelo gaussiano se obtuvieron mediante la función `lsqnonlin` de la herramienta de Optimización de Matlab. Con el modelo calibrado, se realizó una interpolación de los datos faltantes de biomasa ( $n=7$ ) a través de simulación, con el objetivo de obtener series de tiempo homogéneas para las variables Alt, IAF y biomasa ( $n=13$ ).

Las series de tiempo homogéneas generadas en la etapa de calibración sirvieron como insumo para desarrollar un modelo de regresión múltiple que permitiera explicar la variabilidad de la biomasa en función de las variables Alt e IAF. De esta manera, se estableció una relación cuantitativa entre estas variables, complementando el análisis realizado en la etapa de calibración. Al igual que en la calibración, el ajuste del modelo de regresión se llevó a cabo mediante la resolución de un problema de optimización. Una vez calibrados los modelos, se procedió a su evaluación utilizando los datos independientes del ciclo de verano. Esta estrategia permitió validar la capacidad predictiva de los modelos en condiciones agroclimáticas distintas y garantizar su robustez para su aplicación en futuras predicciones.

Para medir el desempeño de los modelos en la etapa de calibración y evaluación se calcularon: 1) el coeficiente de determinación ( $R^2$ ), (Eq. 3), 2) el error absoluto medio (MAE; Eq. 4), 3) la raíz cuadrada del error cuadrado medio (RMSE; Eq. 5) y 4) la eficiencia propuesta por Nash y Sutcliffe ( $E_f$ ; Eq. 6).

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (3)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (4)$$

donde:  $y_i$  representa el valor observado de Bio,  $\hat{y}_i$  el valor estimado de Bio por el modelo,  $\bar{y}$  es el promedio de los valores observados de Bio y  $n$  el número de datos.

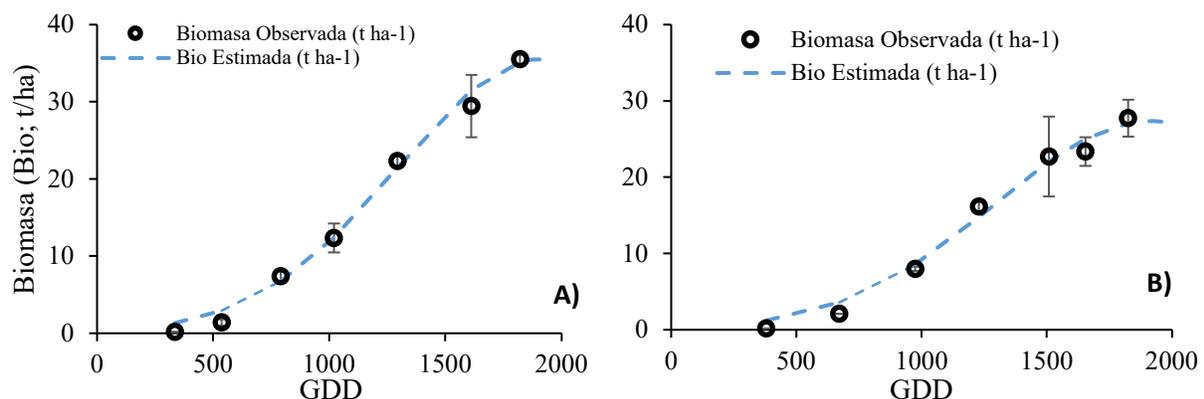
## Resultados y discusión

### Modelo Biomasa

El parámetro “a” de 35.53 y 27.35, representa el valor central o promedio de la distribución de la biomasa predicha por el modelo, para este caso representa la biomasa máxima esperada, este parámetro esta relacionado con las condiciones de máximo crecimiento, por tal razón, el valor de parámetro está muy cercano a la biomasa máxima observa, que coincide con la cosecha. La diferencia entre los valores de calibración y evaluación sugiere una variación en la biomasa promedio entre los ciclos de cultivo. El RMSE indican un buen ajuste del modelo a los datos. En este caso, los valores muy cercanos de RMSE en calibración y evaluación sugieren que el modelo generaliza bien a nuevos datos. En este caso, el  $R^2$  muy cercano a 1 tanto en calibración como en evaluación confirma la alta capacidad explicativa del modelo. Los resultados presentados sugieren que el modelo gaussiano desarrollado es altamente efectivo para predecir la biomasa seca de maíz forrajero en las condiciones evaluadas. Los valores de los parámetros y las métricas de evaluación indican un alto poder predictivo, robustez y una distribución normal de la biomasa

**Cuadro 1.** Parámetros y medidas de desempeño del modelo gaussiano para predicción de biomasa seca de maíz forrajero en la Comarca Lagunera

Parámetros	Calibración	Evaluación
<i>a</i>	35.53	27.35
<i>b</i>	1914	1914
<i>c</i>	871.4	871.4
RMSE	1.24	1.23
$R^2$	0.99	0.99

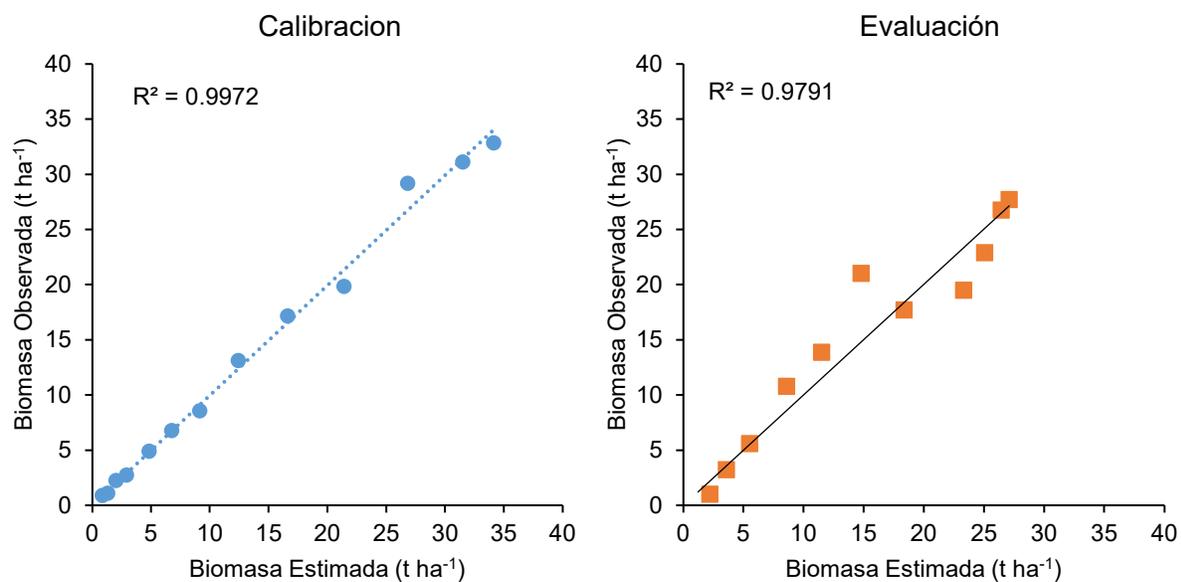


**Figura 1.** Biomasa seca en  $t\ ha^{-1}$  de maíz forrajero 3201 Pioneer en función de los grados días de desarrollo en la Comarca Lagunera A) calibración datos primavera y B) evaluación datos verano, del 2023

## Modelos alometricos

Los términos de altura al cuadrado y la interacción entre altura e IAF sugieren que la relación entre las variables no es estrictamente lineal. Esto indica que el efecto de la altura y el IAF sobre la biomasa puede variar dependiendo de los valores de las otras variables. Además, RMSE aumentó ligeramente de la calibración a la evaluación. Esto indica que las predicciones del modelo son menos precisas en datos nuevos, aunque sigue siendo un error relativamente bajo. El  $R^2$  también disminuyó, lo que sugiere que el modelo explica una proporción menor de la variabilidad de la biomasa en los datos de evaluación.

$$Bio (Alo) = 2.338 - 0.1644 Alt + 4.998 IAF + 0.001396 Alt^2 - 0.03731(Alt \cdot IAF) \quad (5)$$



**Figura 2.** Relación de la biomasa estimada y observada de los modelos alometricos en la etapa de calibración y evaluación para maíz forrajero en la Comarca Lagunera.

## Conclusiones

Los resultados obtenidos son muy prometedores y sugieren que el modelo gaussiano desarrollado es una herramienta útil para la estimación de la biomasa de maíz forrajero. Este modelo puede ser utilizado como una herramienta valiosa ya que permitir una estimación rápida y precisa de la biomasa en campo, sin necesidad de realizar mediciones destructivas. Además, de ayudar en la toma de decisiones relacionadas con

la fertilización, riego y cosecha, al proporcionar información sobre el estado nutricional y el crecimiento de las plantas.

El modelo alométrico proporciona una buena estimación de la biomasa en función de la altura y el IAF, especialmente en la etapa de calibración. También, la relación entre la altura y la biomasa parece ser más compleja de lo que se esperaba, posiblemente debido a interacciones con otras, además, el IAF tiene una influencia positiva y significativa en la predicción de la biomasa variables. Aunque el modelo funciona bien, siempre hay margen para mejoras. Se podrían explorar otros modelos (por ejemplo, no lineales), incluir más variables predictoras o recolectar más datos para aumentar la precisión y generalidad del modelo

## Referencias bibliográficas

- Akbari, E., Bolorani, A. D., Verrelst, J., Pignatti, S., Neysani Samany, N., Soufizadeh, S., & Hamzeh, S. (2023). Biophysical variable retrieval of silage maize with Gaussian process regression and hyperparameter optimization algorithms. *Remote Sensing*, 15(14), 3690.
- Ažman, K., & Kocijan, J. (2007). Application of Gaussian processes for black-box modelling of biosystems. *ISA transactions*, 46(4), 443-457.
- Brandić, I., Pezo, L., Voča, N., & Matin, A. (2024). Biomass Higher Heating Value Estimation: A Comparative Analysis of Machine Learning Models. *Energies*, 17(9), 2137.
- Candelaria Martínez, Bernardino, Ruiz Rosado, Octavio, Gallardo López, Felipe, Pérez Hernández, Ponciano, Martínez Becerra, Ángel, & Vargas Villamil, Luis. (2011). Aplicación de modelos de simulación en el estudio y planificación de la agricultura, una revisión. *Tropical and subtropical agroecosystems*, 14(3), 999-1010.
- Gonzaga D A, N., Muniz, J. A., Silva, E. M., & Fernandes, T. J. (2023). Corn plant dry mass accumulation considering the previous crop by non-linear models. *Brazilian Journal of Biometrics*, 41(4), 424-444.
- Király, A., & Jánosi, I. M. (2002). Stochastic modeling of daily temperature fluctuations. *Physical Review E*, 65(5), 051102.
- Parida, P. K., Eagan, S., Ramanujam, K., Sengodan, R., Uthandi, S., Ettiyagounder, P., & Rajagounder, R. (2024). Machine learning approaches for estimation of the fraction of absorbed photosynthetically active radiation and net photosynthesis rate of maize using multi-spectral sensor. *Heliyon*, 10(13).
- Sanderson, J. B., Daynard, T. B., & Tollenaar, M. (1981). A mathematical model of the shape of corn leaves. *Canadian Journal of Plant Science*, 61(4), 1009-1011.
- Zhao, D., Yang, H., Yang, G., Yu, F., Zhang, C., Chen, R., ... & Xu, T. (2024). Estimation of Maize Biomass at Multi-Growing Stage Using Stem and Leaf Separation Strategies with 3D Radiative Transfer Model and CNN Transfer Learning. *Remote Sensing*, 16(16), 3000.