



Sexto
Congreso Nacional de
Riego, Drenaje y Biosistemas
COMEII- 2021 / Hermosillo, Sonora



Artículo: COMEII-21024

Hermosillo, Son., del 9 al 11 de junio de 2021

INFILTRACIÓN DEL AGUA HACIA EL SUELO DESDE UN TUBO ENTERRADO CON PARED POROSA

Fernando Brambila-Paz³; Carlos Fuentes^{1*}; Carlos Chávez²; Antonio Quevedo¹;
Fernando Alcántara-López³

¹Coordinación de Riego y Drenaje. Instituto Mexicano de Tecnología del Agua. Paseo Cuauhnáhuac 8532, Progreso, Jiutepec, Morelos, C.P. 62550. México.

cbfuentes@gmail.com , cfuentes@tlaloc.imta.mx (*Autor de correspondencia)

²Centro de Investigaciones del Agua. Departamento de Ingeniería de Riego y Drenaje. Facultad de Ingeniería. Universidad Autónoma de Querétaro. C.U. Cerro de las Campanas S/N, C.P. 76010, Querétaro, México.

³Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, Av. Universidad 3000, Circuito Exterior S/N, Delegación Coyoacán, C.P. 04510, Ciudad de México, México.

Resumen

El agua de escorrentía puede ser utilizada para favorecer la infiltración a través de tubos con pared porosa enterrados en el suelo, con la finalidad de inducir una posible recarga de los acuíferos en regiones donde el abatimiento de los mismos hace que las diferentes actividades humanas se vuelvan incosteables. La ecuación diferencial general de la transferencia de agua en medios porosos fue establecida por Richards (1931). Ésta se analiza en coordenadas radiales y enseguida se aproxima por una ecuación unidimensional en la cual se incluye el efecto del flujo radial vía la gravedad y es resuelta de manera analítica con la hipótesis de flujo en pistón de Green y Ampt (1911). La solución obtenida se utiliza para calcular el volumen de agua infiltrado a través de las paredes del tubo enterrado en un suelo con parámetros hidrodinámicos previamente seleccionados en el Valle de Guadalupe ubicado en Baja California, México, considerando un tubo de 6" de diámetro, con pared porosa, de longitud $L_s = 500$ m, enterrado a una profundidad media de $P_m = 1.2$ m, pendiente $J_o = 0.001$ m/m completamente lleno de agua; en seis horas el volumen infiltrado es de $V_i = 126.834$ m³ y el volumen en el interior del tubo es de $V_l = 9.121$ m³; el volumen total captado por este sistema formado por un solo tubo es $V_t = 135.954$ m³. La captación de un volumen mayor de agua se debe llevar a cabo mediante un conjunto de tubos, sin embargo la decisión debe ser tomada después de un análisis de costos del sistema y de los beneficios obtenidos.

Palabras claves: Hipótesis de Green y Ampt, coordenadas radiales simplificadas, Valle de Guadalupe.

Introducción

En México existen muchos acuíferos sobreexplotados con abatimiento considerable de sus niveles estáticos que hace que las diferentes actividades se vuelvan incosteables por la profundidad de extracción del agua. Existen diferentes métodos para inducir la recarga de agua de escorrentía como los pozos de infiltración que consideran tanto el flujo radial como el vertical, inclusive toman en cuenta la estratificación del medio poroso (Maples *et al.*, 2019; Fuentes *et al.*, 2020).

El agua de escorrentía puede ser utilizada para favorecer la infiltración a través de tubos con pared porosa enterrados en el suelo, con la finalidad de inducir una posible recarga de los acuíferos en regiones donde el abatimiento de los mismos hace que las diferentes actividades humanas se vuelvan incosteables. Se analiza esta manera de recarga en el Valle de Guadalupe ubicado en Baja California, México.

Para llevar a cabo el análisis, se expone la ecuación diferencial general de las transferencias de agua en los suelos que resulta del principio de conservación de la masa y la ley de Darcy generalizada a los suelos parcialmente saturados, o ecuación de Richards (1931). Enseguida la ecuación se especializa al caso en que existe una simetría radial. Luego la ecuación diferencial se aproxima por una ecuación diferencial unidimensional en la que se incluye el efecto del flujo radial vía la gravedad. Esta última se resuelve analíticamente mediante la aplicación de las hipótesis de flujo en pistón, inicialmente utilizadas por Green y Ampt (1911). Finalmente, la solución obtenida se utiliza para calcular el volumen de agua infiltrado a través de las paredes del tubo enterrado.

Teoría

Con la finalidad de analizar la infiltración del agua hacia el suelo desde un tubo enterrado con pared porosa se consideran las Figuras 1 y 2. En la Figura 1 se presenta un tubo circular de diámetro D_s y longitud L_s , formando un ángulo α con respecto a la horizontal; el ángulo se supone pequeño.

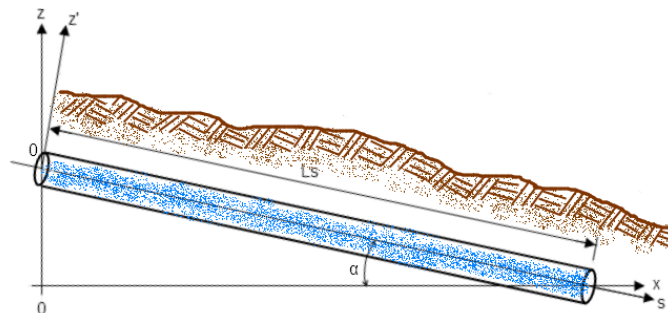


Figura 1. Un tubo con pared porosa completamente lleno de agua instalado con la finalidad de infiltrar agua hacia el suelo a través de sus paredes.



Ecuaciones de base

En la Figura 2 se muestra un corte transversal vertical del tubo, ya que el ángulo se ha supuesto pequeño la sección elíptica se asimila aproximadamente a una sección circular. La ecuación de Richards (1931) bidimensional que describe la transferencia de agua es:

$$C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left[K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial z} \right] - \frac{dK}{d\psi} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (1)$$

la cual es el resultado de la ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q} \quad (2)$$

y de la ley de Darcy generalizada a los suelos parcialmente saturados:

$$\mathbf{q} = -K(\psi) \nabla H; \quad H = \psi - z \quad (3)$$

donde t es el tiempo; H es el potencial hidráulico igual a la suma del potencial de presión ψ y del potencial gravitacional z asimilado a la coordenada vertical orientada positivamente hacia abajo; $\mathbf{q} = (q_y, q_z)$ es el vector flujo de Darcy cuyas componentes en las direcciones y, z son respectivamente q_y y q_z ; $\nabla = (\partial/\partial y, \partial/\partial z)$; $K(\psi)$ es la conductividad hidráulica como una función de la presión; θ es el contenido volumétrico de humedad, $\theta(\psi)$ es la curva de retención de humedad y su derivada $C(\psi) = d\theta/d\psi$ es la capacidad específica.

La infiltración aproximada desde un tubo enterrado con pared porosa

Cuando el suelo es considerado homogéneo e isótropo la ecuación de Richards se puede escribir en términos de la coordenada radial (r) y del ángulo que forma ésta con la coordenada vertical (ω), a saber:

$$C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[rK(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial r} \right] - \cos(\omega) \frac{dK}{d\psi} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (4)$$

donde $\cos(\omega) = z/r$.

El estudio de la infiltración del agua desde el tubo puede ser abordado en una primera aproximación utilizando las hipótesis de Green y Ampt (1911) inicialmente aplicadas a la infiltración unidimensional vertical, completadas con otras consideraciones en el flujo radial.

En la infiltración unidimensional vertical la ecuación de continuidad y la ley de Darcy se escriben como sigue:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial q_z}{\partial z}; \quad q_z = -K(\psi) \frac{\partial H}{\partial z}; \quad H = \psi - z \quad (5)$$

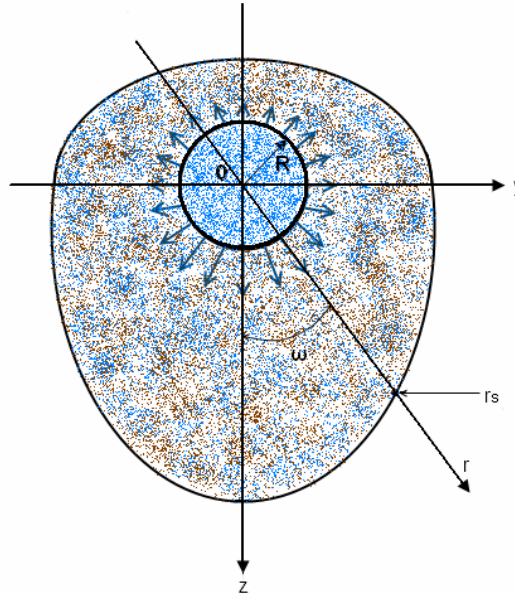


Figura 2. Bulbo de saturación formado por la sección transversal de un tubo con pared porosa completamente lleno de agua, instalado con la finalidad de infiltrar agua hacia el suelo a través de sus paredes.

Para el análisis de la infiltración en una columna de suelo se ubica el origen del eje vertical en la superficie del mismo. Las hipótesis de Green y Ampt son las siguientes (Fuentes *et al.*, 2012):

- i) El contenido de humedad inicial (θ_i) es constante a lo largo de la columna de suelo, es decir $\theta_i = \theta_0$ en $0 \leq z$.
- ii) Durante la infiltración se forman dos zonas de humedecimiento, una totalmente saturada, es decir $\theta = \theta_s$ en $0 \leq z \leq z_f$ donde θ_s es el contenido de humedad a saturación y $z_f(t)$ es la posición del frente saturado, y otra seca con el contenido de humedad inicial, es decir $\theta = \theta_0$ en $z_f \leq z$. La zona saturada evoca un pistón.
- iii) La distribución de las presiones es hidrostática en la zona saturada, siendo $\psi = h_{sup}$ en $z=0$ donde $h_{sup} \geq 0$ es la presión impuesta en la superficie del suelo, y $\psi = \psi_f$ en



$z = z_f$ donde $\psi_f = -h_f \leq 0$ es una presión negativa efectiva en el frente de saturación y $0 \leq h_f$ es la succión correspondiente. Lo anterior se traduce en $\psi = h_{sup} - (h_{sup} + h_f)z/z_f$.

La segunda hipótesis implica que $\partial\theta/\partial t = 0$ en $0 \leq z \leq z_f$, y de acuerdo con la ecuación de continuidad se tiene $\partial q/\partial z = 0$, esto quiere decir que el flujo de Darcy es independiente de z en la zona saturada y es igual al flujo de infiltración que ocurre en la superficie $q_s(t) = dl/dt$, donde $I(t) = (\theta_s - \theta_o)z_f(t)$ de acuerdo con la primera hipótesis es la lámina de agua infiltrada acumulada. La tercera hipótesis proporciona el gradiente hidráulico $\partial H/\partial z = -[1 + (h_{sup} + h_f)/z_f]$. De la ley de Darcy se deduce:

$$\frac{dl}{dt} = K_s \left[1 + \frac{h_{sup} + h_f}{z_f(t)} \right]; \quad I(t) = \Delta\theta z_f(t) \quad (6)$$

donde $\Delta\theta = \theta_s - \theta_o$ y $K_s = K(0)$ es la conductividad hidráulica a saturación.

La integración de la ecuación (6) sujeta a la condición $I=0$ en $t=0$ conduce a la ecuación de infiltración de Green y Ampt, para h_{sup} independiente del tiempo:

$$K_s t = I - \lambda \ln \left(1 + \frac{I}{\lambda} \right); \quad \lambda = \Delta\theta (h_{sup} + h_f) \quad (7)$$

Para aplicar las hipótesis de Green y Ampt a la infiltración desde un tubo se considera que el medio está compuesto de columnas de suelo homogéneo e isótropo, que no interactúan entre sí, cuyo origen es la pared del tubo y siguen la coordenada radial. La ecuación de continuidad y la ley de Darcy para cada columna se escriben como:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = -\frac{\partial q_r}{\partial r}; \quad q_r = -K(\psi) \frac{\partial H}{\partial r}; \quad H = \psi - r \cos(\omega) \quad (8)$$

La ecuación de Richards unidimensional resultante es la siguiente:

$$C(\psi) \frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left[K(\psi) \frac{\partial\psi}{\partial r} \right] - \frac{dK}{d\psi} \frac{\partial\psi}{\partial r} \cos(\omega) \quad (9)$$

Para adaptar las hipótesis de Green y Ampt, el tubo se considera totalmente lleno de agua de modo que en la sección ubicada en la posición s la presión en la interfaz suelo-pared ($r = R$) es constante de acuerdo con el principio de Pascal: $\psi = h_R(s)$, donde R es el radio del tubo. El contenido de humedad inicial es constante en todo el dominio de suelo considerado: $\theta_i = \theta_o$. Durante la infiltración se forman dos zonas de humedecimiento, una totalmente saturada, es decir $\theta = \theta_s$ en $R \leq r \leq r_f(t, \omega, s)$ donde θ_s



es el contenido de humedad a saturación y $r_f(t, \omega, s)$ es la posición del frente saturado en la columna ubicada a un ángulo ω en la sección en la posición s , y otra seca con el contenido de humedad inicial, es decir $\theta = \theta_0$ en $r_f(t, \omega, s) < r$. La distribución de las presiones es hidrostática en la zona saturada, siendo $\psi = h_R(s)$ en $r = R$ y $\psi = \psi_f$ en $r = r_f(t, \omega, s)$ donde $\psi_f = -h_f \leq 0$ es una presión negativa efectiva en el frente de saturación y $0 \leq h_f$ es la succión correspondiente. Lo anterior se traduce en $\psi = h_R - (h_R + h_f)(r - R)/(r_f - R)$.

Puesto que $\partial\theta/\partial t = 0$ en $R \leq r \leq r_f(t, \omega, s)$, y de acuerdo con la ecuación de continuidad se tiene $\partial q_r/\partial r = 0$, esto quiere decir que el flujo de Darcy es independiente de r en la zona saturada y es igual al flujo de infiltración que ocurre en la pared $q_s(t, \omega, s) = \partial I/\partial t$, donde $I(t, \omega, s) = (\theta_s - \theta_0)[r_f(t, \omega, s) - R]$ es la lámina de agua infiltrada acumulada en la dirección de la columna r ubicada a un ángulo ω y en la sección en la posición s . El gradiente hidráulico queda definido por $\partial H/\partial r = -[\cos(\omega) + (h_R + h_f)/(r_f - R)]$. De la ley de Darcy se deduce:

$$q_r(t, \omega, s) = \frac{\partial I(t, \omega, s)}{\partial t} = K_s \left[\cos(\omega) + \frac{\lambda(s)}{I(t, \omega, s)} \right]; \quad \lambda(s) = \Delta\theta [h_f + h_R(s)] \quad (10)$$

donde $\Delta\theta = \theta_s - \theta_0$ es la capacidad de almacenamiento.

La integración de la ecuación (10) considerando $I(0, \omega, s) = 0$ conduce a:

$$K_s \cos(\omega) t = I(t, \omega, s) - \frac{\lambda(s)}{\cos(\omega)} \ln \left[1 + \frac{I(t, \omega, s)}{\lambda(s)} \cos(\omega) \right] \quad (11)$$

la cual define implícitamente la evolución en el tiempo de la lámina infiltrada, $I(t, \omega, s)$, en la columna ubicada a un ángulo ω y en la sección s .

Se puede considerar que la presión en la sección s es hidrostática e igual a la altura de agua contada desde la posición de entrada del tubo. Se tiene

$$h_R(s) = h_0 + s \sin(\alpha); \quad \lambda(s) = \Delta\theta [h_f + h_0 + s \sin(\alpha)] \quad (12)$$

donde h_0 es la presión del agua en la sección inicial del tubo, que puede ser tomada igual a la profundidad del mismo.



La ecuación (11) contiene tres casos extremos importantes. El primero es la infiltración vertical que ocurre en la base inferior del tubo y corresponde a $\omega = 0$, es decir:

$$K_s t = I(t, 0, s) - \lambda(s) \ln \left[1 + \frac{I(t, 0, s)}{\lambda(s)} \right] \quad (13)$$

resultado que es equivalente a la ecuación (7) de Green y Ampt.

El segundo es el de la absorción, o infiltración completamente horizontal, que ocurre en $\omega = 90^\circ$. La ecuación correspondiente se deduce con el desarrollo en potencias de la función logaritmo en la ecuación (11), o haciendo directamente $\cos(\omega) = 0$ en la ecuación (10) e integrándola con la condición inicial, a saber:

$$I(t, \pi/2, s) = S(s) \sqrt{t}; \quad S(s) = \sqrt{2K_s \lambda(s)} \quad (14)$$

donde $S(s)$ es la sorbilidad en la sección s .

El tercer caso es el ascenso capilar que ocurre en la parte más alta del tubo ubicada a $\omega = 180^\circ$. La ecuación correspondiente se deduce de la ecuación (11), a saber:

$$K_s t = \lambda(s) \ln \left[\frac{\lambda(s)}{\lambda(s) - I(t, \pi, s)} \right] - I(t, \pi, s) \quad (15)$$

de donde se deduce que la máxima lámina de agua que entra al suelo en esta posición es $I(\infty, \pi, s) = \lambda(s)$, el flujo de Darcy de acuerdo con la ecuación (11) se hace nulo.

En una sección transversal del tubo ubicada en la posición dada s , el volumen por unidad de longitud del mismo $A_1(t, s)$ queda definida por:

$$A_1(t, s) = 2R \int_0^\pi I(t, \omega, s) d\omega \quad (16)$$

El volumen infiltrado a lo largo del tubo circular de diámetro D_s y longitud L_s , formando un ángulo α con respecto a la horizontal, queda definido por:

$$V_1(t) = \int_0^{L_s} A_1(t, s) ds \quad (17)$$



Puesto que la función $I(t, \omega, s)$ está definida implícitamente por la ecuación (11), la función es obtenida mediante un algoritmo numérico. En consecuencia las funciones $A_1(t, s)$ y $V_1(t)$ definidas por las ecuaciones (16) y (17) se obtienen mediante integración numérica.

Aplicaciones

Se considera un suelo del Valle de Guadalupe con los siguientes valores de la densidad total seca (ρ_t) y densidad de sólidos (ρ_o):

$$\rho_t = 1.35 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}; \quad \rho_o = 2.65 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad (18)$$

La porosidad total se calcula con la fórmula clásica $\phi = 1 - \rho_t / \rho_o$; el contenido de humedad a saturación se toma como el valor de la porosidad total $\theta_s = \phi$. Este valor, así como los de la conductividad hidráulica a saturación y de la succión en el frente de humedecimiento son los siguientes:

$$\theta_s = 0.4906 \frac{\text{cm}^3}{\text{cm}^3}; \quad K_s = 3 \frac{\text{cm}}{\text{h}}; \quad h_f = 30 \text{ cm} \quad (19)$$

Se ha seleccionado un tubo de 6" de diámetro, de longitud $L_s = 500 \text{ m}$, enterrado a una profundidad media $P_m = 1.2 \text{ m}$, con una pendiente $J_o = 0.001 \text{ m/m}$, es decir $\alpha = 0.001 \text{ rad}$. La presión en la cabecera es tomada igual a la profundidad en la posición de inicio del tubo. El contenido de humedad inicial corresponde a un suelo seco:

$$\theta_o = 0.05 \frac{\text{cm}^3}{\text{cm}^3}; \quad \alpha = 0.001 \text{ rad}; \quad h_o = 120 \text{ cm} \quad (20)$$

En la Figura 3 se presenta la evolución de la lámina infiltrada en la sección posicionada en $s = 0 \text{ m}$, 250 m y 500 m , respectivamente, en las columnas ubicadas en tres ángulos.

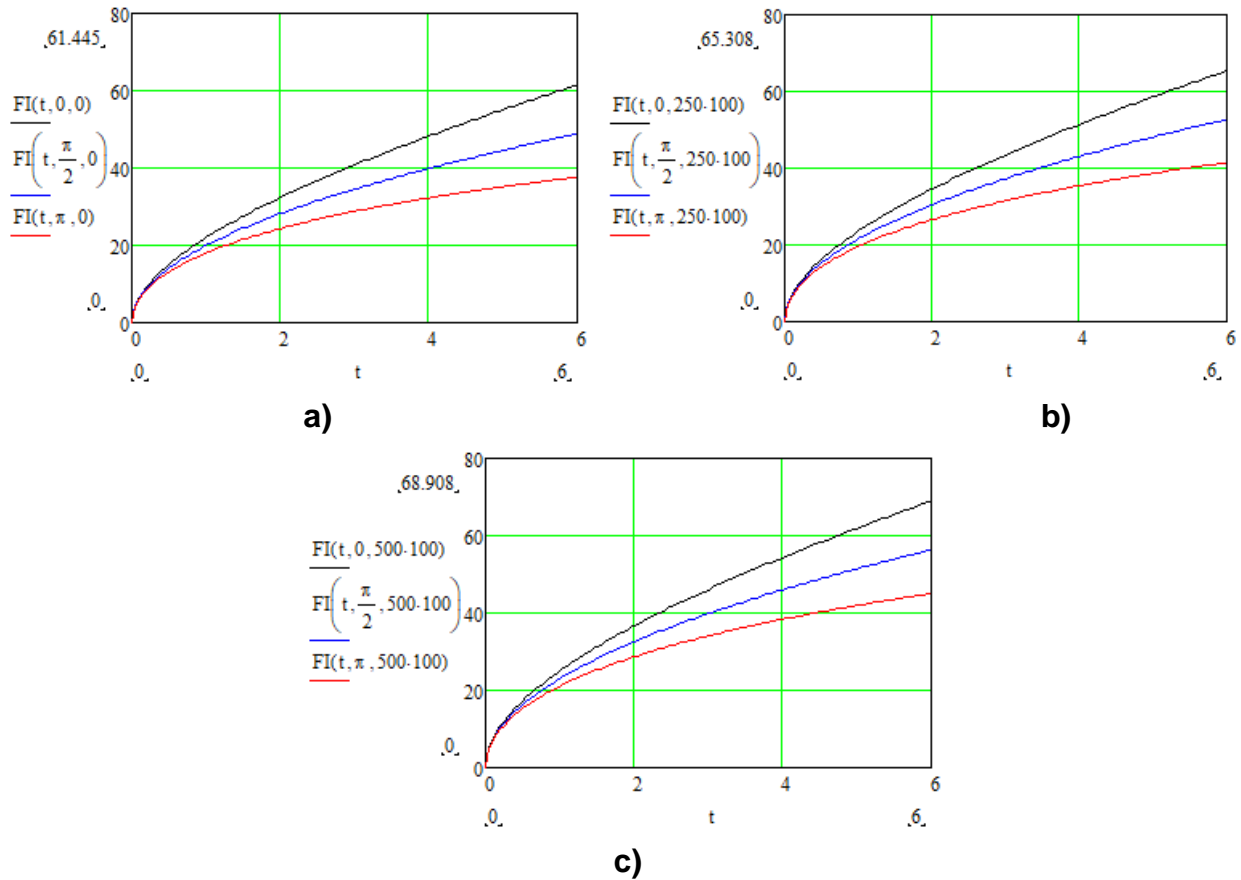


Figura 3. Evolución de la lámina infiltrada en la sección posicionada en a) $s = 0$ m, b) $s = 250$ m, c) $s = 500$ m, en las columnas ubicadas en: i) $\omega = 0$, infiltración vertical; ii) $\omega = \pi/2$, infiltración horizontal (absorción); iii) $\omega = \pi$, ascenso capilar. La lámina está en cm y el tiempo en horas.

En la Figura 4 se presenta el volumen infiltrado por unidad de longitud en tres secciones del tubo.

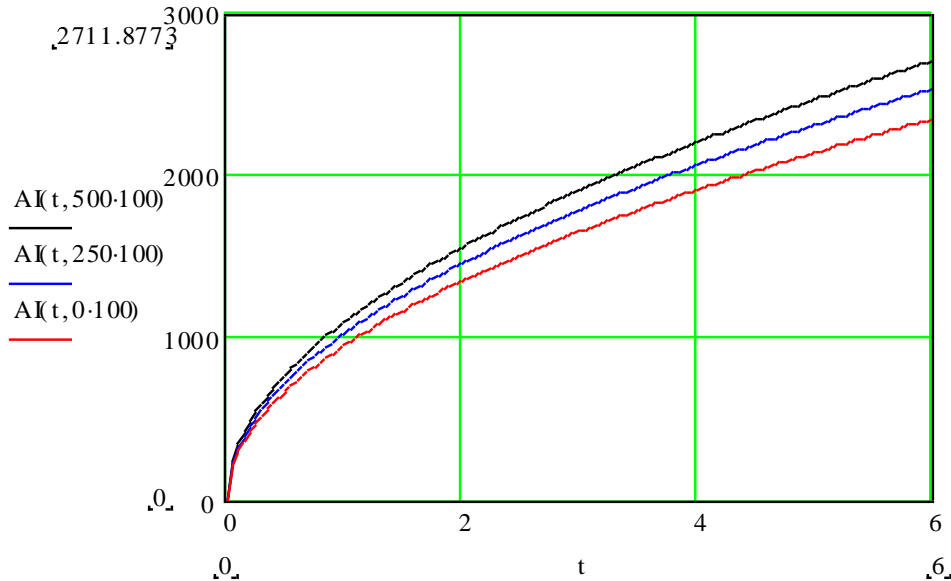


Figura 4. Evolución del volumen infiltrado por unidad de longitud en las secciones: i) $s = 0$ m , inicio; ii) $s = 250$ m , mitad; iii) $s = 500$ m , final. La ordenada en cm^2 y el tiempo en horas.

En la Figura 5 se presenta la evolución temporal del volumen infiltrado total por el tubo.

Por ejemplo, en seis horas el volumen total infiltrado es de $V_i = 126.834 \text{ m}^3$, mientras que el volumen en el interior del tubo es $V_i = 9.121 \text{ m}^3$. El volumen total captado por este sistema formado por un solo tubo es $V_i = 135.954 \text{ m}^3$.

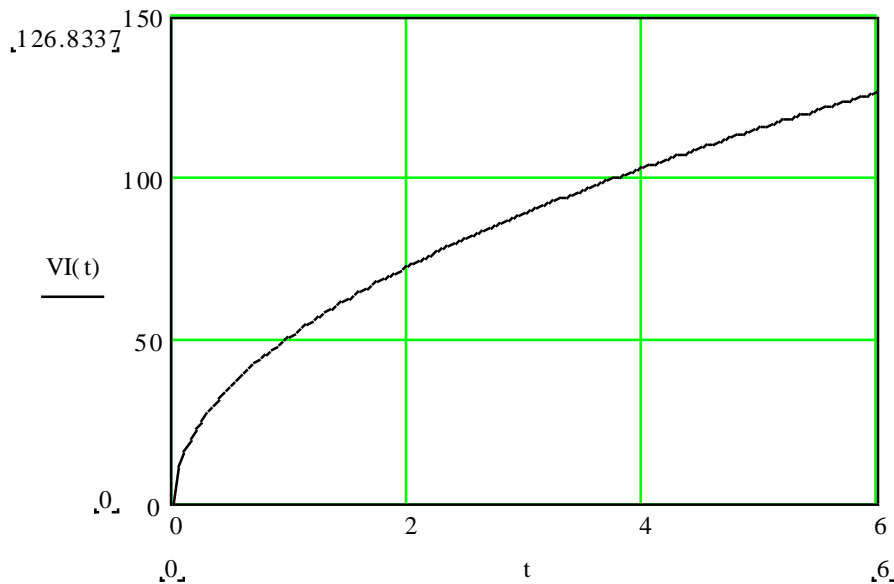


Figura 5. Evolución temporal del volumen infiltrado por un tubo de 6" de diámetro, con pared porosa, de longitud $L_s = 500$ m , enterrado a una profundidad media $P_m = 1.2$ m ,



con una pendiente $J_o = 0.001 \text{ m/m}$, y completamente lleno de agua. El volumen está en m^3 y el tiempo en horas.

Conclusiones

La solución analítica obtenida para describir la infiltración a partir de un tubo completamente lleno de agua con la finalidad de una posible recarga del acuífero del Valle de Guadalupe, Baja California, México, se ha ilustrado en una avenida dada y un tubo de 6" de diámetro, con pared porosa, de longitud $L_s = 500 \text{ m}$, enterrado a una profundidad media $P_m = 1.2 \text{ m}$, con una pendiente $J_o = 0.001 \text{ m/m}$. En seis horas el volumen total infiltrado es de $V_i = 126.834 \text{ m}^3$, mientras que el volumen en el interior del tubo es $V_i = 9.121 \text{ m}^3$. El volumen total captado por este sistema formado por un solo tubo es $V_i = 135.954 \text{ m}^3$.

La captación de un volumen mayor de agua a través de este sistema con la finalidad de recargar el acuífero, se debe llevar a cabo mediante la instalación de un mayor número de tubos. Sin embargo, la decisión debe ser tomada después de un análisis de costos del sistema y de los beneficios obtenidos. Si se selecciona el sistema de tubos enterrados con pared porosa para recargar un acuífero, se recomienda resolver la ecuación diferencial exacta (4) mediante métodos numéricos con la finalidad de afinar los cálculos del volumen infiltrado.

Referencias Bibliográficas

- Fuentes C., J.-Y. Parlange, O.L. Palacios-Vélez. 2012. Capítulo 3. Teoría de la infiltración. En Riego por Gravedad. Editado por Carlos Fuentes y Luis Rendón. Universidad Autónoma de Querétaro, pp. 139-197.
- Fuentes C., C. Chávez, A. Quevedo, J. Trejo-Alonso, S. Fuentes. 2020. Modeling of artificial groundwater recharge by wells: A model stratified porous medium. *Mathematics*, MDPI, 8, 1764, 11 p.
- Green, W.H., G.A. Ampt. 1911. Studies in soil physics, 1: the flow of air and water through soils. *J. Agric. Sci.*, Vol 4, pp 1-24.
- Maples S.R., G.E. Fogg, R.M. Maxwell. 2019. Modeling managed aquifer recharge processes in a highly heterogeneous, semi-confined aquifer system. *Hydrogeol. J.*, 27, pp 2869-2888.
- Richards, L.A. 1931. Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Physics* 1., pp 318-333.