Artículo: COMEII-17033



III CONGRESO NACIONAL DE RIEGO Y DRENAJE COMEII 2017

Puebla, Pue., del 28 al 30 de noviembre de 2017

# VALIDACIÓN Y ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO HIDRÁULICO DE UN VERTEDOR TIPO LABERINTO MEDIANTE TÉCNICAS NUMÉRICAS

#### Erick Dante Mattos Villarroel<sup>1\*</sup>; Waldo Ojeda Bustamante<sup>2</sup>; Jorge Flores Velázquez<sup>2</sup>; Mauro Iñiguez Covarrubias<sup>2</sup>; Carlos Díaz Delagado<sup>3</sup>; Humberto Salinas Tapia<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Posgrado en CYTA. Instituto Mexicano de Tecnología del Agua. Paseo Cuauhnáhuac No. 8532, Col. Progreso, Jiutepec, Morelos, México. C.P. 62550

e mattos @outlook.com (\*Autor de correspondencia)

 <sup>2</sup>Coordinación de Riego y Drenaje. Instituto Mexicano de Tecnología del Agua Paseo Cuauhnáhuac No. 8532, Col. Progreso, Jiutepec, Morelos, México. C.P. 62550
 <sup>3</sup>Centro Interamericano de Recursos del Agua, Facultad de Ingeniería, UAEM. Carretera Toluca Atlacomulco km 14.5, Unidad San Cayetano, C.P. 50200, Toluca, Estado de México, México.

### Resumen

Los vertedores son obras hidráulicas cuyo objetivo es permitir el paso de gastos máximos de diseño en presas de almacenamiento; un vertedor mal proyectado puede ocasionar falla en la presa por el derrame de agua sobre su corona. Los vertedores tipo laberinto son una opción viable con respecto a vertedores tradicionales, ya que aumenta el gasto de descarga para la misma carga hidráulica dado el mismo ancho de canal. Este trabajo tiene por objeto analizar el funcionamiento hidráulico de un vertedor tipo laberinto mediante la aplicación de la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) que permite modelar numéricamente estructuras hidráulicas complejas para estimar variables hidráulicas. Se presenta como estudio de caso un vertedor en laberinto, dentro de un canal, estableciendo las condiciones de frontera y el esquema numérico más apropiado. Para la validación del modelo se comparan los resultados del coeficiente de descarga obtenidos numéricamente contra valores experimentales obtenidas por B. Crookston, obteniéndose aproximaciones aceptables. Se presentan diferencias de velocidades entre ápices aguas arriba y aguas abajo. En cuanto a las condiciones de aireación se observa la adherencia de láminas vertientes a las paredes del vertedor para valores de la relación H<sub>T</sub>/P (carga hidráulica-altura del vertedor) menores a 0.2; para mayores a 0.2 existe un incremento de interferencia de láminas vertientes y el ahogamiento a partir de valores mayores a 0.5. Para elevadas cargas existen zonas de baja presión en las paredes laterales, siendo mayor para un perfil de cresta saliente, cuyas presiones aumentan y sus áreas disminuyen conforme incrementa el gasto sobre el vertedor. Los resultados obtenidos indican que los modelos numéricos reproducen adecuadamente el comportamiento hidráulico de este tipo de vertedores.

Palabras clave: coeficiente de descarga, turbulencia, modelo multifásico.



#### Introducción

Cuando la descarga de un líquido se efectúa por encima de un muro o una placa y a superficie libre, la estructura en la que ocurre se llama vertedor. Existen vertedores de pared delgada utilizados como dispositivos de aforo en laboratorio o en canales de pequeñas dimensiones y de pared gruesa que puede emplearse como obra de control o de excedencias en una presa (Sotelo, 1997). Un vertedor mal proyectado puede ocasionar falla en la presa por el derrame de agua sobre su corona.

Los vertedores tipo laberinto son una opción viable con respecto a vertedores tradicionales cuya particularidad reside en la forma de la cresta del vertedor, que es asimilable a un vertedor lineal pero plegado. Esta forma de cresta vertedora incrementa su longitud efectiva en un determinado espacio disponible con el fin de aumentar la capacidad de evacuación respecto a la de un vertedor recto convencional ubicado en el mismo espacio y para igual carga hidráulica. Los vertedores en laberinto constituyen una tecnología que en los últimos años está siendo objeto de numerosos estudios mediante modelación física y numérica, buscando mejorar los criterios de diseño de estas estructuras, ante el claro interés que se percibe que tendrán en un futuro inmediato (Balairón *et al.*, 2014).

En las últimas décadas se ha tenido un desarrollo amplio en las técnicas de simulación para resolver algunos tipos específicos de problemas de Mecánica de Fluidos. A mediados de la década de los setenta la complejidad matemática requerida para generalizar los algoritmos fue abordado de manera eficiente y se desarrollaron herramientas de solución general llamados genéricamente Dinámica de Fluidos Computacional (CFD). Las primeras herramientas computacionales se encontraban limitados por la capacidad computacional y requerían profundo conocimiento de la dinámica de fluidos. Los recientes avances en la capacidad de las computadoras ha permitido que evolucione el proceso de crear un modelo en CFD y analizar sus sea menos laborioso y a menor coste. En general, CFD resuelve resultados numéricamente las ecuaciones de Navier-Stokes y ofrece la posibilidad de evaluar hidráulicamente un vertedor bajo diferentes geometrías y condiciones hidráulicas una vez validado. reduciendo el costo y tiempo que se tendría usando modelos físicos. Además, CFD permite una fácil extracción de la información adicional, a través del dominio computacional, tales como fuerzas, velocidades y presiones. Estudios muestran que su capacidad es prometedora. Ho et al. (2001, 2003) compararon sus resultados numéricos de la cresta Creager e informaron resultados similares a los estudios en modelos físicos. Savage y Johnson (2001) y Savage et al. (2001) validaron los resultados de diferentes estudios de CFD contra modelos físicos y encontraron resultados comparables para el cálculo de las presiones de descarga. Otros estudios, tales como la de Yang et al. (1998) mostraron un incremento en el uso de CFD en el rendimiento de modelado de un vertedor; por lo que la metodología del CFD constituye una ventajosa herramienta para la solución de problemas de Mecánica de Fluidos comparado con las técnicas clásicas de modelación física.

Una de las dificultades del modelado numérico del flujo sobre vertedores es el seguimiento de la superficie libre. Para analizar este problema, se selecciona un código



de CFD disponible en el mercado, tales como Flow-3D o ANSYS FLUENT conocidas por su capacidad de realizar un seguimiento preciso de la superficie libre usando el método Volume of Fluid (VOF). El método VOF, esbozado por Hirt y Nichols (1981), permite realizar un seguimiento de la superficie libre mediante la definición de celdas de cálculo que puede estar vacía, parcialmente lleno, o lleno del fluido. VOF resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes y el promediado de Reynolds (RANS) mediante el método de volúmenes finitos.

Haciendo uso adecuado del CFD es posible analizar el comportamiento del flujo en distintas estructuras hidráulicas, como en vertedores. En este trabajo se aplica y valida la metodología del CFD para el análisis hidráulico del flujo turbulento vertido en un vertedor tipo laberinto y se valida el modelo numérico usando los resultados experimentales y analíticos de Crookston (2010).

#### Materiales y métodos

#### Descripción de vertedores tipo laberinto

El diseño de un vertedor está definido en términos de la altura de la cresta operando bajo una carga dada, de manera que las dimensiones del vertedor sean tales que se obtenga el mayor rendimiento, en la figura (1) se describe los parámetros geométricos de un vertedor tipo laberinto.



Figura 1. Parámetros geométricos de un vertedor tipo laberinto (Crookston, 2010).



Diversas relaciones adimensionales son consideradas para describir y cuantificar el flujo del vertedor tipo laberinto. La forma en planta está definida completamente por el factor de magnificación de la longitud  $L_e/w$ , el ángulo  $\alpha$  de la pared lateral y el número de ciclos que forman al vertedor, N. Los parámetros que influyen principalmente en el funcionamiento del vertedor de laberinto son:

- $H_T/P$  : Relación de la carga y la altura del vertedor.
- L<sub>e</sub>/w : Magnificación de la longitud.
- $\alpha$  : Ángulo de la pared lateral.
- w/P : Relación del aspecto vertical.
- N : Número de ciclos.
- B : Plataforma, paralela al flujo.
- Perfil de la cresta vertedora.
- Interferencia de láminas vertientes aguas abajo
- Ahogamiento.

Tullis (1995) adopta la ecuación convencional del vertedor (ecuación 1) para definir el coeficiente de descarga del vertedor de laberinto, y toma en cuenta la longitud efectiva del vertedor  $L_{e}$ , en lugar de la longitud de la cresta completa, así como la carga total aguas arriba  $H_{T}$ .

$$Q_{d} = \frac{2}{3}\sqrt{2g}C_{d}L_{e}H_{T}^{3/2}$$
(1)

Donde:  $C_d$  es el coeficiente de descarga,  $H_T$  es la carga total,  $L_e$  la longitud efectiva y  $Q_d$  es el gasto del vertedor.

El coeficiente de descarga, C<sub>d</sub>, está en función de la geometría del vertedor, las condiciones de aproximación del flujo, el comportamiento de la lámina vertiente y ahogamiento local.

Tullis (1995) propone una ecuación polinómica de cuarto orden (ecuación 2) para obtener coeficientes de descarga para ángulos que varían de 6° a 35° en un vertedor de laberinto para un perfil de cresta de cuarto de redondeo.

$$C_{d(\alpha^{\circ})} = A_1 + A_2 \left(\frac{H_T}{P}\right) + A_3 \left(\frac{H_T}{P}\right)^2 + A_4 \left(\frac{H_T}{P}\right)^3 + A_5 \left(\frac{H_T}{P}\right)^4$$
(2)

Sin embargo los coeficientes sólo tienen validez para  $H_T/P \le 0.9$ , debido a que se obtiene coeficientes negativos para cargas elevadas. Crookston (2010), supera el obstáculo de los coeficientes negativos proponiendo la ecuación (3):

$$C_{d(\alpha^{\circ})} = a \left(\frac{H_t}{P}\right)^{b\left(\frac{H_t}{P}\right)^{c}} + d$$
(3)



#### Modelo multifásico VOF

El modelo VOF es una técnica de seguimiento de superficie aplicada a un malla euleriana fija. Fue reportado por Hirt y Nichols (1981) y se basa en un concepto de volumen fraccional y el hecho de que las fases no se compenetran. Para cada fase adicional que se agrega al modelo, se introduce una nueva variable: la fracción de volumen de la fase en la celda computacional. En cada volumen de control, las fracciones en volumen de todas las fases suman la unidad. La fracción de volumen del fluido q<sup>th</sup> en la celda se denota como  $\alpha_q$ , entonces las tres condiciones siguientes son posibles:

 $\alpha_q = 0$ ; la celda está vacía del fluido  $q^{th}$ .  $\alpha_q = 1$ ; la celda está llena del fluido  $q^{th}$ .  $0 < \alpha_q < 1$ ; la ceda contiene la interfaz entre el fluido  $q^{th}$  y el resto de fluidos.

El seguimiento de la interfaz entre las fases se lleva a cabo por la solución de una ecuación de continuidad (ecuación 4) para la fracción de volumen de una (o más) de las fases. Para la fase de q<sup>th</sup> esta ecuación tiene la siguiente forma:

$$\frac{1}{\rho_q} \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \overrightarrow{v_q}) \right] = S_{\alpha_q} + \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp})$$
(4)

Donde:

- $\rho_q$  : Densidad de la fase q.
- $\overrightarrow{v_q}$  : Velocidad de la fase q.
- $S_{\alpha_n}$  : Término fuente de la ecuación.
- $\dot{m}_{pq}$  : Transferencia de masa de la fase p a la fase q.
- $\dot{m}_{qp}$  : Transferencia de masa de la fase q a la fase p.

Se resuelve una sola ecuación de momento (ecuación 5) en todo el dominio y el campo de velocidades resultantes se comparte entre las fases, la ecuación es dependiente de las fracciones de volumen de cada fase a través de sus propiedades.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu (\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T)] + \rho \vec{g} + S_i$$
(5)

Donde:

- ρ : Densidad.
- $\vec{v}$  : Velocidad.
- p : Presión.
- μ : Viscosidad dinámica.
- $\vec{g}$  : Gravedad.
- S<sub>i</sub> : Término fuente.



#### Modelo de turbulencia k-ɛ

El modelo k- $\varepsilon$  es un modelo semi-empírico basado en las ecuaciones de transporte para la energía turbulenta (k) y para la disipación de la energía cinética turbulenta ( $\varepsilon$ ). En la derivación del modelo se asume que el flujo es totalmente turbulento y que los efectos de la viscosidad molecular son despreciables. Por lo tanto el modelo es solamente válido para flujos totalmente turbulento. A continuación se presentan las expresiones matemáticas del modelo k- $\varepsilon$  estándar (Launder y Spalding, 1974).

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}k)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \bar{v}k)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \mu + \frac{\partial \mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\partial \mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + P_k + G_k - \rho \varepsilon - Y_M$$
(6)

$$\frac{\partial(\rho\bar{u}\epsilon)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\bar{v}\epsilon)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \mu + \frac{\partial\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial\epsilon}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \mu + \frac{\partial\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial\epsilon}{\partial y} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} [P_k + C_{3\epsilon} G_k] - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k}$$
(7)

En donde:

P<sub>k</sub> : Generación de la energía turbulenta debido al gradiente de velocidad.

 $G_k$ : Generación de la energía cinética turbulenta debido a las fuerzas de flotación.

 $\mu_t$ : Viscosidad turbulenta.

 $C_{1\epsilon} y C_{2\epsilon}$ : Constantes.

 $\sigma_k$  y  $\sigma_\epsilon$ : Número de Prandtlturbulentos para las ecuaciones de k y  $\epsilon$ .

Los coeficientes del modelo son:  $C_{\mu} = 0.09$ ,  $C_{1\epsilon} = 1.44$ ,  $C_{2\epsilon} = 1.92$ ,  $\sigma_{\epsilon} = 1.3$ ,  $\sigma_{k} = 1.0$ .

#### Modelación numérica

La modelación numérica fue realizada con el paquete CFD ANSYS-FLUENT, que resuelve las ecuaciones de Promediado de Reynolds de Navier Stokes (RANS) utilizando el método de volúmenes finitos.

Para la modelación numérica se considera un vertedor en laberinto de 2 ciclos, las características geométricas del vertedor se resumen en la tabla 1.

| rubiar. Caracteriolicas geometricas del voltedel de laborinto |   |        |       |       |       |       |  |
|---|---|--------|-------|-------|-------|-------|--|
| α (°)   | N | Lc (m) | A (m) | w (m) | P (m) | W (m) |  |
| 15  | 2 | 4      | 0.038 | 0.617 | 0.305 | 1.235 |  |

Tabla1. Características geométricas del vertedor de laberinto





Figura 2. Vista en planta y perfil del vertedor en laberinto.

Por simplicidad, se aplicó la opción de simetría con la finalidad de reducir el número de celdas y el tiempo de cálculo computacional, para tal caso solamente se consideró un solo ciclo.

Posterior a la generación de la geometría, se procedió a discretizar espacialmente el dominio mediante diferentes densidades de bloques de malla; aguas arriba la malla es gruesa y se hace más densa conforme se acerca al vertedor. Se realizaron simulaciones con distintas densidades de mallas para obtener el tamaño de ideal de celdas con el que se ha de trabajar obteniéndose un total de 1 610 460 elementos.

Teniendo en cuenta el problema específico del vertedor, se procede a analizar cada una las condiciones de contorno que permite asemejar el comportamiento hidráulico en la modelación computacional.

- Condición de flujo entrante: puesto que se conoce el campo de velocidades aguas arriba del canal, se considera la velocidad del flujo en la entrada canal como condición de contorno.
- Condición de flujo saliente: como es común en este tipo de problemas, la condición de salida es la presión atmosférica tanto aguas abajo como en el techo del canal para la salida del flujo.
- Contorno sólido: la condición de pared es el contorno más habitual para simulaciones de flujo confinado; en las paredes del vertedor, en la base y paredes laterales del canal se impone la condición de pared la cual no permite la salida y entrada del flujo, es una condición equivalente a un muro físico sin movimiento.
- Condición de simetría: esta condición es extremadamente útil ya que permite reducir a la mitad el dominio de cálculo, con la consiguiente reducción de número de celdas.

La base de un desarrollo adecuado y ajustado a las condiciones físicas de un modelo numérico, es la selección del esquema numérico que resuelva de forma aproximada las ecuaciones que describen el flujo.

Por tratarse el problema de un flujo bifásico (aire-agua), se utilizó el modelo multifase Volumen de fluido (VOF).

En flujos de canal abierto, los modelos de turbulencia más comúnmente usados son los de dos ecuaciones por su balance entre precisión y coste computacional. Como modelo de turbulencia se hizo uso del modelo k-ε.

# Análisis y discusión de resultados

Se realizaron diferentes simulaciones con el fin ajustar los parámetros. Los resultados numéricos corresponden a 10 simulaciones realizadas para obtener los coeficientes de descarga y ser validados con la curva propuesta por Crookston (2010) para un ángulo de 15° de pared lateral. Los resultados numéricos del coeficiente de descarga ( $C_{d(\alpha)}$ ) se presentan en la tabla 2, los resultados de las múltiples simulaciones se mide contra valores de coeficientes de descarga obtenidos por Crookston.

| Ht/P | Cd (15°)<br>numérico | Cd (15°)<br>Crookston | Error<br>relativo (%) |
|------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 0.1  | 0.6206               | 0.6030                | -2.92                 |
| 0.2  | 0.6103               | 0.5989                | -1.90                 |
| 0.3  | 0.5746               | 0.5630                | -2.07                 |
| 0.4  | 0.5059               | 0.5201                | 2.74                  |
| 0.5  | 0.4890               | 0.4785                | -2.21                 |
| 0.6  | 0.4256               | 0.4407                | 3.44                  |
| 0.7  | 0.3969               | 0.4077                | 2.64                  |
| 0.8  | 0.3879               | 0.3792                | -2.28                 |
| 0.9  | 0.3673               | 0.3551                | -3.44                 |
| 1    | 0.3511               | 0.3346                | -4.92                 |

Tabla 2. Error relativo entre el coeficiente de descarga numérico y experimental.

Se puede constatar que la velocidad promedio de llegada en el ápice aguas arriba son menores a las velocidad promedio en los ápices aguas abajo. La figura 3 muestra el campo de velocidades en los ápices aguas arriba y abajo para la relación  $H_t/P = 1.0$ .



Figura 3. Velocidades de líneas de corriente para la relación  $H_t/P = 1.0$ 



En la figura 4 se hace la comparación entre las velocidades promedio de llegada en el ápice aguas arriba y aguas abajo para las distintas relaciones H<sub>t</sub>/P.



Figura 4. Comparación de velocidades en ápices aguas arriba y aguas abajo.

Durante la descarga, existe el incremento de la turbulencia con el aumento del valor del coeficiente H<sub>T</sub>/P. Para valores de  $0.1 \le H_T/P \le 0.2$  la lámina vertiente se encuentra adherida a la pared vertedora, a partir de valores H<sub>T</sub>/P $\ge 0.3$  se observa el fenómeno de interferencia de láminas vertientes reduciendo la eficiencia del vertedor y a partir de valores de H<sub>T</sub>/P $\ge 0.5$  se produce el fenómeno de ahogamiento.

Como Crookston *et al.* (2012) ya lo habían constatado en sus pruebas, durante el fenómeno de ahogamiento, se ha observado la existencia de zonas de baja presión en las paredes laterales, cuyas presiones aumentan y sus áreas disminuyen conforme incrementa el gasto sobre el vertedor. Se constató que tales presiones bajas se producen a lo largo de la interferencia de láminas vertientes.

El perfil implementado tiene por objetivo facilitar la descarga del flujo, pero este podría tener efectos en la lámina de la descarga, como por ejemplo la cavitación y la oscilación del flujo.

Se realizaron pruebas para cuatro tipos de perfiles de cresta: medio redondeo, cuarto redondeo, cresta saliente y cresta viva o biselada (figuras 5, 6 y 7).





Figura 5. Perfiles de cresta vertedora.



Figura 6. Distribución de presiones, aguas abajo, en perfiles de cresta viva, tres cuartos, cuarto y medio redondeo.





Figura 7. Presiones, aguas abajo, en perfiles de cresta saliente, cuarto redondeo, medio redondeo y cresta viva

# Conclusiones

Los vertedores tipo laberinto permite establecer que son estructuras de elevada capacidad de descarga comparados con vertedores lineales, sin embargo su eficiencia se ve reducida para elevadas cargas hidráulicas.

Los resultados obtenidos numéricamente son similares a los valores de coeficiente de descarga obtenidos por Crookston (2010).

La eficiencia del vertedor de laberinto se ve reducido cuando ocurre el incremento en la longitud de interferencia de láminas vertientes, a partir valores de  $H_T/P \ge 0.3$ , y el fenómeno de ahogamiento a desde valores de  $H_T/P \ge 0.5$ .

Existe diferencia de velocidades entre el ápice aguas arribas y el ápice aguas abajo, siendo mayores las velocidades en el ápice aguas abajo; las diferencias de velocidades se incrementa junto con el aumento de gasto. La interferencia de láminas vertientes produce un espesamiento de la lámina y consecuentemente una reducción de las velocidades aguas arriba.



La aproximación a los vértices de aguas abajo, se encuentra condicionada por la evacuación en las caras diagonales que confluyen en ese vértice, de tal manera que se produce una depresión gradual de la lámina de agua.

Para elevadas cargas existen zonas de baja presión en las paredes laterales, siendo mayor para un perfil de cresta saliente, cuyas presiones aumentan y sus áreas disminuyen conforme incrementa el gasto sobre el vertedor.

La implementación de una herramienta computacional como la Dinámica de Fluidos Computacional (DFC), en la investigación de estos vertederos, permite obtener información para todo el dominio de cálculo; también posibilita analizar y observar variables del flujo como la velocidad, presión, disipación turbulenta y la vorticidad entre otros.

Los resultados obtenidos indican que los modelos numéricos reproducen adecuadamente el comportamiento hidráulico de este tipo de vertedores.

# Referencias bibliográficas

- Balairón, L., López, D., Moran Moya, R., Ramos, T., & Toledo Municio, M. A. (2014). Avances en investigación aplicada mediante modelación física y numérica en el diseño de la ingeniería de presas. Ingenieríadel Agua, 18(1), 55-69.
- Crookston, B. M. (2010). Labyrinth weirs. Ph.D. Dissertation. Utah State University, Logan, Utah.
- Hirt, C.W. and Nichols, B.D. (1981). "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries." J. Comp. Physics, Vol. 39, 201-225.
- Ho, D.K.H., Boyes, K., Donohoo, S., and Cooper, B. (2003). "Numerical Flow Analysis for Spillways." Proc. 43rd ANCOLD Conference, Hobart, Tasmania, 24-29 October.
- Ho, D.K.H., Boyes, K.M., and Donohoo, S.M. (2001). "Investigation of Spillway Behavior under Increased Maximum Flood by Computational Fluid Dynamics Technique." Proc. 14th Australasian FluidMechanics Conference, Adelaide University, Adelaide, Australia. December 10-14.
- Launder, B.E. y D.B. Spalding. (1974). The Numerical Computation of Turbulence Flow, Comp. Meth. In Appl. Mech. And Engineering, 3, 269-289.
- Savage, B.M. and Johnson, M.C. (2001). "Flow over Ogee Spillway: Physical and Numerical Model Case Study." J. of Hyd. Engrg. ASCE, Vol. 127, No. 8, Aug. pp. 640-649.



Savage, B.M., Johnson, M.C. and Geldmacher, R. (2001). "Comparison of physical versus Numerical Modeling of Flow over Spillways." ASDSO 2001 Annual Conference Proceedings.

Sotelo, G. (1997). "Hidráulica General". Ed Limusa. México.

Tullis, P., Amanian, N., and Waldron, D. (1995). "Design of labyrinth weir spillways." J.ofHydr. Engrg., ASCE, 121(3), 247-255.

Yang, J., Hemstrom, B., and Blain, W.R. (1998). "CFD: a useful tool in spillway capacity determination", Proc. International Conf. on Hydraulic Eng. Software, Lake Como, Italy. Sept. vol. 4, pp. 237-246.